مدیریت صنعتی
دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۹، شمارهٔ ۱
بهار ۱۳۹۶
صص. ۱۶۶- ۱۴۷

Journal of Industrial Management
DOI: 10.22059/imj.2017.217587.1007124

ارائهٔ مدل ریاضی بر اساس مسئلهٔ مسیریابی خودرو ظرفیت‌دار با پنجره‌های زمانی برای جمع‌آوری زباله

حمید شابندرزاده[۱]، محمد حسن نجمی[۲]، علیرضا عطایی[۳]

چکیده: امروزه، تولید انواع زباله و مشکلات زیست‌محیطی مربوط به آن، مدیریت خدمات شهری را با مشکلات زیادی در زمینهٔ جمع‌آوری حمل و نقل و دفع زباله مواجه سا خته است. با توجه به این که جمع‌آوری و حمل زباله‌ها بخش شایان توجهی از بودجهٔ مدیریت زباله‌ها را به خود اختصاص می‌دهد، به‌کارگیری روش مناسب برای کم‌کردن هزینه‌های جمع‌آوری، ضروری به نظر می‌رسد. در این پژوهش یک مدل ریاضی برای جمع‌آوری زباله ارائه شده که با کمینه کردن مسافت طی شده توسط کامیون‌ها، هزینه‌های مربوط به جمع‌آوری و حمل و نقل را کاهش می‌دهد. همچنین مدل این انعطاف‌پذیری را دارد که در صورت نیاز، زباله‌های یک گره در دو یا چند زمان مجزا جمع‌آوری شوند. در ادامه، چند مسئله در ابعاد کوچک با نرم‌افزار CPLEX و همچنین با الگوریتم فراابتکاری حل شد و نتایج هر دو روش مقایسه شدند. سپس داده‌های مربوط به مطالعهٔ موردی جمع‌آوری شد و تورهای مربوط به حرکت خودروها با استفاده از الگوریتم فراابتکاری به‌دست آمد. در پایان با استفاده از یک مدل ریاضی تعداد خودروهای مورد نیاز برای مسئله محاسبه شد.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم تبرید شبیه‌سازی‌شده، جمع‌آوری زباله، مدیریت شهری، مسئلهٔ مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی.

۱. دانشیار مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۳. استادیار گروه ریاضی کاربردی، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۹
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۲۱
نویسندهٔ مسئول مقاله: حمید شابندرزاده
E-mail: shabandarzadeh@gmail.com

مقدمه

با گسترش شهرنشینی و توسعهٔ صنعت، هر روز بر حجم زباله‌هایی که روزانه در سطح شهرها تولید می‌شوند، افزوده می‌شود. با وجود حیوانات، جوندگان و حشرات موذی، عدم جمع‌آوری به موقع این زباله‌ها می‌تواند موجب مشکلات فراوانی مانند آلودگی و شیوع بیماری‌های واگیردار شود (مجلسی، ۱۳۹۰). بنابراین جمع‌آوری به‌موقع، دفن و بازیافت زباله‌ها، یکی از چالش‌های مدیریت خدمات شهری است. طبق محاسبات انجام شده، در ایران حدود ۸۰ درصد کل مخارج مدیریت مواد زائد جامد، برای جمع‌آوری زباله صرف می‌شود و کمابیش۶۰ درصد از این مقدار مربوط به حقوق کارگران و نیروهای انسانی است (مجلسی، مهدی‌پور، شمسایی و شریفی، ۱۳۹۲). به بیان دیگر، عمدهٔ مخارج سیستم مدیریت مواد زائد جامد فقط صرف حقوق و دستمزد می‌شود. به‌همین دلیل اصلاح و بهینه‌سازی سیستم جمع‌آوری و حمل زباله، ضمن تسریع در عملیات، هزینه و نیروی انسانی را نیز کاهش می‌دهد. مسئلهٔ جمع‌آوری زباله از جمله مسائل حمل و نقل به‌شمار می‌رود. یکی از نکات مهم در این‌گونه مسائل، مسیریابی خودروهاست. در مسئلهٔ مسیریابی خودرو، چند وسیله و تعدادی مشتری که باید سرویس‌دهی شوند، وجود دارد. هدف اغلب این‌گونه مسائل، یافتن مسیرهایی است که بتواند هم سرویس‌دهی را کامل انجام دهد و هم هزینه‌های مربوط به حمل و نقل را کاهش دهد. در مسئلهٔ مسیریابی خودرو فرض بر این است که هر مشتری فقط یک بار سرویس‌دهی شود (تات و ویگو، ۲۰۱۴). حال فرض کنید در مسئله‌ای مانند جمع‌آوری زباله، حجم زباله‌های یک ایستگاه به اندازه‌ای باشد که با یک بار سرویس جمع‌آوری، به‌طور کامل جمع‌آوری نشود یا یک ایستگاه در موقعیتی مستقر شده که به دو زمان متفاوت برای جمع‌آوری زباله‌ها نیاز دارد. در این حالت، کارایی مدل‌هایی که تا کنون برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو ارائه شده، زیر سؤال می‌رود. به هرحال بازدید دو یا چندبارهٔ مشتریان، نکته‌ای است که در پژوهش‌های پیشین در کانون توجه قرار نگرفته است.

در این پژوهش تلاش شده است مدلی ریاضی برای جمع‌آوری زباله‌های مخازن زباله در سطح شهر ارائه شود، به‌گونه‌ای که زباله‌ها به‌موقع جمع‌آوری شوند، مسیرهای کامیون‌های جمع‌آوری زباله مشخص باشد و همچنین برخی گره‌ها دو یا چندبار بازدید شوند.

پیشینهٔ پژوهش

اینگوس، دولت و ویگو (۲۰۱۶) مسئلهٔ جمع‌آوری زباله را یکی از کاربردهای مسئلهٔ مسیریابی خودرو می‌دانند. مارکوف، ورون و بیلر(۲۰۱۶) برای جمع‌آوری زباله از مسئلهٔ مسیریابی خودرو استفاده کردند. آنها در پژوهش خود زمان را مدنظر قرار دادند. هدف این محققان جمع‌آوری زباله

از کانتینرهای مخصوص این کار بود که در سطح شهر وجود داشت. آنها بعد از ارائهٔ مدل ریاضی برای مسئله، با یک الگوریتم جست‌وجوی محلی سیستماتیک اکتشافی و یک الگوریتم تولید همسایگی، مسئله را در ابعاد کوچک بهینه‌سازی کردند. در پایان به این نتیجه رسیدند که با بهینه‌سازی برای مسئله در ابعاد کوچک، صرفه‌جویی مناسبی در هزینه ایجاد خواهد شد. چن، هوانگ وان و لین (۲۰۱۵) با انتخاب مسیر حمل‌ونقل زباله‌های هسته‌ای توسط سیستم اطلاعات جغرافیایی و مدل تصمیم‌گیری چندمعیاره، با توجه به خروجی‌های نرم‌افزار GIS، مسیرهای موجود تایوان را انتخاب و بررسی کردند و نشان دادند با به‌کارگیری سیستم اطلاعات جغرافیایی (GIS) و مدل تصمیم‌گیری چندمعیاره، می‌توان به چارچوب مشخصی برای تعیین مسیرهای بهینهٔ انتقال مواد هسته‌ای دست یافت. فولادی، فضل‌الله‌تبار و مهدوی (۲۰۱۳) از مسئلهٔ مسیریابی خودرو برای جمع‌آوری زباله استفاده کردند. ابتدا یک مدل ریاضی غیرخطی برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو ارائه دادند. بعد از مدل‌سازی، مسئلهٔ کوچکی را با تعداد ۹ گره و ۷ خودرو به‌کمک نرم‌افزار بهینه‌سازیلینگو حل کردند. وای و بیانگ (۲۰۱۳) یک الگوریتم پویا برای جمع‌آوری زباله‌های مسکونی با استفاده از مدل تصادفی پیشنهاد دادند. آنان زمان خدمت و حجم زباله‌ها را به‌صورت نامطمئن درنظر گرفتند. مسئلهٔ آنها شامل ظروف بزرگی بود که مقدار بسیار زیادی زباله از منازل مسکونی و ساختمان‌های تجاری در آنها انباشته می‌شد و ظروف به‌وسیلهٔ خودروها به مکان جمع‌آوری زباله منتقل می‌شدند. آنها با استفاده از الگوریتم فراابتکاری که از یک الگوریتم جست‌وجوی همسایگی توانمند استفاده می‌کرد، بهینه‌سازی را انجام دادند و مسیرهایی را برای حرکت خودروها پیشنهاد دادند. فلاویا، گیلرمو، لارمبی و مارنکو (۲۰۱۲) یک مدل ریاضی برای جمع‌آوری زباله‌های خانگی پیشنهاد دادند و با ارائهٔ روشی ابتکاری، مسیریابی را انجام دادند. آنها سعی کردند مدل به واقعیت نزدیک‌تر باشد تا مسیرهایی که به‌دست می‌آیند، واقعی‌تر و کارامدتر شوند. آنها با تبدیل مسئلهٔ جمع‌آوری زباله‌های خانگی به مسئلهٔ فروشنده دوره‌گرد، یک مطالعهٔ موردی در جنوب بوئنوس‌آیرس انجام دادند. سبیهی و اگلس (۲۰۱۰) معتقدند مدیریت و جمع‌آوری زباله، نوعی درمان کلیدی برای حفاظت از محیط زیست و منابع محسوب می‌شود و نوعی فرایند کلیدی در زمینهٔ لجستیک سبز به‌شمار می‌رود. آنها زباله‌ها را به سه دستهٔ خانگی، صنعتی و تجاری (زباله‌های برای فروش) طبقه‌بندی کردند. زباله‌های خانگی از سطل‌های کنار خیابان جمع‌آوری می‌شوند و خودروهای مخصوص خیابان‌ها را برای جمع‌آوری زباله طی می‌کنند؛ بنابراین مسیریابی می‌تواند به‌صورت یک مسئلهٔ مسیریابی روی یال‌ها در نظر گرفته شود. برای جمع‌آوری زباله‌های تجاری و زباله‌های صنعتی، خودروهای مخصوص خیابان‌ها را طی نمی‌کنند، بلکه از یک مشتری مستقیم به‌طرف مشتری دیگر حرکت می‌کنند. پس

مسیریابی را می‌توان به‌صورت مسئلهٔ مسیریابی گره در نظر گرفت. چالکیاس و اساریدی (۲۰۰۹) بهینه‌سازی جمع‌آوری زبالهٔ جامد شهری را با استفاده از GIS در آتن بررسی کردند و به این نتیجه دست یافتند که سناریو پیشنهادی در زمان جمع‌آوری زباله، هم از نظر مصرف سوخت و هم از لحاظ مالی، صرفه‌جویی شایان توجهی به‌دنبال دارد. مجلسی و همکاران (۱۳۹۲) در پژوهشی با عنوان «بررسی مدیریت حمل و نقل و جمع‌آوری زباله‌های منطقهٔ ۱ شهر بندرعباس با استفاده از نرم‌افزار WAGS» بیان کردند که با تغییر و بهبود سیستم جمع‌آوری زباله، می‌توان هزینه‌های جمع‌آوری زباله را کاهش داد. آنها برای اثبات ادعای خود، سیستمی برای بهبود وضعیت جمع‌آوری زباله و مدیریت پسماند ارائه دادند. هدف از این پژوهش، بررسی مدیریت و حمل و نقل و جمع‌آوری زباله‌های منطقهٔ ۱ بندرعباس در ۱۵ سال آینده بود. نتایج تحقیق نشان داد مدیریت جمع‌آوری و انتقال زباله در منطقهٔ ۱ بندرعباس در ۱۵ سال آینده، به ۳۵ میلیارد تومان نیاز داد. آنان هزینهٔ جمع‌آوری مواد زائد را در ۱۵ سال آینده به ازای هر خانوار در سال، به‌طور متوسط ۷۳۸۰۶ تومان و به ازای هر کیلوگرم زباله حدود ۶۰ تومان محاسبه کردند و نشان دادند سیستم جمع‌آوری مواد زائد در بندرعباس سنتی و فاقد کارایی است؛ این موضوع موجب افزایش هزینهٔ جمع‌آوری شده و باید در سیستم کنونی جمع‌آوری زباله تغییراتی ایجاد کنند. مهدوی، توکلی‌مقدم و قاضی‌زاده (۱۳۸۹) در پژوهشی به بررسی مسیریابی وسایط نقلیه و تعیین تعداد ماشین‌های جمع‌آوری زباله در یکی از محله‌های شهر تهران پرداختند. هدف آنها از این پژوهش حداقل کردن تعداد ماشین‌ها بود. برای این کار یک مدل ریاضی پیشنهاد دادند و برای حل آن از الگوریتم فراابتکاری استفاده کردند. برای اطمینان از جواب‌های روش فرا ابتکاری، ابتدا ۱۰ مسئله در ابعاد کوچک را با نرم‌افزار LINGO حل کردند، سپس جواب‌ها را با جواب‌های به‌دست آمده از روش فراابتکاری مقایسه کردند. نتایج مطالعهٔ موردی نشان داد با مسیردهی درست به ماشین‌ها می‌توان از حداقل ماشین‌های در دسترس استفاده کرد و شاهد کاهش هزینهٔ شایان توجهی بود. توکلی مقدم و علینقیان (۱۳۸۸) مسئلهٔ مسیریابی با پنجرهٔ زمانی نرم را به‌کمک یک الگوریتم تلفیقی که ترکیبی از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و اپراتورهای الگوریتم ژنتیک بود، حل کردند. ربانی، توکلی‌مقدم، شریعت و صفایی (۱۳۸۵)، مسئله مسیریابی متصل به حمل و نقل چند وجهی را مطرح کردند. آنها برای حل مسئله در ابعاد کوچک از الگوریتم شاخه و کران و برای حل مدل در ابعاد بزرگ از روش ابتکاری SB-RAB استفاده کردند. فیظ، کریچن و اینبلی (۲۰۱۴)، مدلی برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو ظرفیت‌دار همگن ارائه دادند. آنها تابع هدف مدل خود را کمینه‌کردن مسافت طی شده توسط ماشین‌ها درنظر گرفتند، سپس با روش فرا ابتکاری به حل یک نمونه مسئله پرداختند. کلازن و هندریکس (۲۰۰۷) در مقاله‌ای به کاربرد

مسیریابی وسائل نقلیه در جمع‌آوری شیر پرداختند. آنها هزینهٔ مسیرها را در نظر نگرفتند و به صورت مستقیم بر تخصیص مشتریان به خوشه‌ها و پیدا کردن بهترین ترکیب مشتریان پرداختند، سپس با توجه به خصوصیات مسئله، ابعاد مسئله را کاهش داده و به‌صورت دقیق، آن را حل کردند.

پیشینهٔ نظری پژوهش

مسئلهٔ مسیریابی خودرو VRP

مسئلهٔ VRP شامل محصولاتی است که باید از کارخانه یا مرکز پخش به مشتری‌های موجود در شبکه تحویل داده شود. تابع هدف این مسئله معمولاً شامل فاصله، هزینه، تعداد خودروها و... می‌شود. مشتری‌ها به‌وسیلهٔ تعدادی وسیلهٔ نقلیه سرویس‌دهی می‌شوند. وسایل نقلیه حرکت خود را از انبار شروع می‌کنند، به مشتریان درون شبکه سرویس می‌دهند و به انبار بازمی‌گردند. هر مشتری تقاضای مشخصی دارد. این مسئله نخستین بار توسط دانتزیک و رامسر (۱۹۵۹) مطرح شد (تورس و همکاران، ۲۰۱۵). شبکه را می‌توان با گراف $G(E,V)$ نمایش داد و در آن $V = \{۰,۱ \dots n\}$ مجموعه‌ای از گره‌هاست که گرهٔ صفر نشان‌دهندهٔ انبار است و بقیه، مشتری هستند. مجموعهٔ E مجموعه‌ای از یال‌هاست؛ هر یال نشان‌دهندهٔ این است که مسیری از یک گره (شروع یال) به گرهٔ دیگر (انتهای یال) وجود دارد. هر یال وزنی دارد که با C_{ij} نمایش داده می‌شود. اگر $C_{ij} = C_{ji}$ باشد، مسئله متقارن است. در ادبیات نظری گذشته، مسئله‌های جدید فراوانی با توسعهٔ مسئلهٔ متقارن بررسی شده است. برای مثال، مسئلهٔ مسیریابی وسیلهٔ نقلیه با چند انبار (MVDRP)[1] که باید کالاها از این انبارها به گره‌های دیگر انتقال داده شود یا مسئلهٔ مسیریابی وسیلهٔ نقلیه با درنظر گرفتن ظرفیت وسایل نقلیه (CVRP)[2] که همان مسئلهٔ مسیریابی خودرو است، با این تفاوت که ظرفیت هر خودرو هم در نظر گرفته می‌شود و اگر ظرفیت‌ها برابر نباشند به آن ناهمگن می‌گویند؛ یا مسئلهٔ مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی ظرفیت‌دار (CVRPTW)[3] که در آن هم زمان رسیدن به گره‌ها و هم ظرفیت خودروها در نظر گرفته می‌شود (تورس و همکاران، ۲۰۱۵). مسئلهٔ مسیریابی خودرو از جمله مسائل NP-hard است؛ یعنی با افزایش بعد مسئله، زمان حل مسئله به‌طور نمایی افزایش می‌یابد. برای حل این‌گونه مسائل معمولاً بهترین راه، استفاده از روش‌های فراابتکاری است (تات و ویگو، ۲۰۱۴).

---

1. Multiple Depots Vehicle Routing Problem
2. Capacitated Vehicle Routing Problem
3. Capacitated Vehicle Routing Problem Time Windows

فرض‌های مسئلهٔ مسیریابی خودرو ظرفیت‌دار با پنجره‌های زمانی

تات و ویگو (۲۰۱۴) برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو کلاسیک فرض‌های زیر را درنظر گرفتند:

۱. هر خودرو در صورت انتخاب، حرکت خود را از انبار شروع می‌کند و پس از طی یک تور در انتها به انبار بازمی‌گردد؛
۲. سرویس‌دهی کامل به همهٔ گره‌ها، در اولین بازدید آن گره انجام می‌شود؛
۳. هر گره فقط یک بار بازدید می‌شود؛
۴. هر یال فقط یک بار پیموده می‌شود؛
۵. خودروها محدودیت ظرفیت دارند؛
۶. سرویس‌دهی باید در بازهٔ زمانی خاصی انجام شود.

مدل ریاضی مسئلهٔ مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی

در مسئلهٔ عمومی مسیریابی خودرو، فرض بر این است که خودروها حرکت خود را از یک انبار یا مبدأ آغاز می‌کنند و در پایان به همان مبدأ بازمی‌گردند. داری، زیدی و خدیرا (۲۰۱۴) مدلی ریاضی برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی ارائه دادند که حرکت خودرو از یک انبار آغاز شده و در پایان به انبار دیگری ختم می‌شد. مدل ارائه شده به‌صورت زیر است:

رابطهٔ ۱)
$$\min z = \sum_{j\in V}\sum_{i\in v}\sum_{k\in K} c_{ij}x_{ijk}$$

رابطهٔ ۲)
$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N$$

رابطهٔ ۳)
$$\sum_{j\in V} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K$$

رابطهٔ ۴)
$$\sum_{i\in V} x_{ijk} - \sum_{i\in V} x_{ijk} = 0 \quad \forall k \in K$$

رابطهٔ ۵)
$$\sum_{j\in V} x_{j(n+1)k} = 1 \quad \forall k \in K$$

رابطهٔ ۶)
$$\sum_{i\in N} q_i \sum_{j\in V} x_{ijk} \le Q \quad \forall k \in K$$

رابطهٔ ۷)
$$b_{ik} + d_i + c_{ij} - (1 - x_{ijk})M_{ij} \le b_{jk} \quad \forall k \in K \quad \forall (i,j) \in A$$

رابطهٔ ۸)
$$e_i \le b_{ik} \le l_i \quad \forall k \in K \; \forall i \in V$$

رابطهٔ ۹) $x_{ijk} \in \{0,1\}$

در این روابط، $V = \{۰,۱, \dots, n+۱\}$، نشان‌دهندهٔ مجموعهٔ گره‌ها؛ $N = V - \{۰, ۱\}$ مجموعه مشتریان؛ $A = \{(i,j) \mid i,j \in V\}$ مجموعهٔ یال‌ها؛ گرهٔ ۰ انبار مبدأ؛ گرهٔ $n+۱$ انبار مقصد؛ q_i مقدار تقاضای هر گره؛ d_i مدت زمان خدمت‌دهی هر گره؛ e_i کران پایین برای پنجرهٔ زمانی گرهٔ i؛ l_i کران بالا برای پنجرهٔ زمانی گرهٔ i؛ C_{ij} طول یال از i به j؛ x_{ijk} متغیر تصمیم مسئله که اگر با خودرو k از گرهٔ i به گرهٔ j برویم، این مقدار برابر یک و در غیر این صورت صفر است.

در مدل بالا خودروها حرکت خود را از گرهٔ ۰ آغاز می‌کنند و در پایان به گرهٔ $n+۱$ می‌روند.

رابطهٔ ۱بیان‌کنندهٔ تابع هدف است که مجموع مسافت را کمینه می‌کند. رابطهٔ ۲ تضمین می‌کند که هر گره فقط یک بار ملاقات شود. رابطهٔ ۳ تضمین می‌کند که خودروها حرکت خود را از گرهٔ صفر شروع می‌کنند. رابطهٔ ۴ تضمین می‌کند یک خودرو درصورت ورود به یک گره، حتماً از آن خارج شود. رابطهٔ ۵ تضمین می‌کند که مقصد پایانی خودروها گرهٔ $n+۱$ است. رابطهٔ ۶ محدودیت ظرفیت خودروهاست. رابطه‌های ۷ و ۸ محدودیت‌های مربوط به پنجرهٔ زمانی مسئله هستند و رابطهٔ ۹ مربوط به متغیرهای تصمیم مسئله است.

الگوریتم SA[1]

همان‌طور که گفته شد، مسئلهٔ مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی، از جمله مسائل NP-hard است. بنابراین برای حل آن در ابعاد بزرگ باید از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری (فرامکاشفه‌ای) استفاده کرد. شبیه‌سازی حرارتی یا به اختصار SA، نوعی روش فرا مکاشفه‌ای برای یافتن جواب بهینهٔ سراسری در مسائلی است که فضای جست‌وجوی بسیار بزرگی دارند. از این روش همانند تمام روش‌های فرامکاشفه‌ای دیگر، زمانی استفاده می‌شود که هدف به‌دست آوردن جواب قابل قبول (نه لزوماً بهینهٔ سراسری)، در مدت زمان مشخص است (مریخ بیات، ۱۳۹۳).

گام‌های الگوریتم

مریخ بیات (۱۳۹۳) گام‌های الگوریتم SA را به‌صورت زیر بیان کرده است:

۱. تعیین دمای اولیه؛
۲. تعیین پارامتر کاهش دما؛

1. Simulated Annealing

۳. تولید جواب اولیه و در نظر گرفتن آن به‌عنوان بهترین جواب تا این لحظه؛
۴. تولید یک جواب در همسایگی جواب قبلی؛
۵. اگر مقدار تابع هدف نقطهٔ جدید، از نقطهٔ بهینهٔ قبلی بهتر است، نقطهٔ جدید به‌عنوان بهترین جواب پذیرفته می‌شود و به گام ۸ می‌رویم؛
۶. مقدار تابع هدف نقطهٔ قبلی را از مقدار تابع هدف نقطهٔ جدید کم‌کرده و مقدار Δf را برابر با آن قرار می‌دهیم. یک عدد تصادفی با توزیع احتمال یکنواخت تولید می‌کنیم، مقدار $\exp(-\Delta f/T)$ را محاسبه می‌کنیم (T دمایی است که در آن قرار دادیم)؛
۷. اگر عدد تصادفی که تولید کردیم کمتر از مقدار $\exp(-\Delta f/T)$ باشد، جواب جدید را به‌عنوان نقطهٔ جدید می‌پذیریم؛
۸. اگر به تعداد لازم نقطهٔ همسایگی تولید نشده باشد، به گام ۴ می‌رویم؛
۹. دما را کاهش می‌دهیم؛
۱۰. اگر شرط خاتمه برقرار نباشد، به گام ۴ می‌رویم؛
۱۱. پایان.

گام‌های ۵، ۶ و ۷ به الگوریتم متروپولیس ـ هستینگز[1] نیز معروف است.

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از لحاظ هدف، کاربردی و از نظری استراتژی از نوع مدل‌سازی ریاضی است. از جنبهٔ رویکرد پژوهشی، استقرایی و از لحاظ اهداف پژوهش توصیفی ـ پیمایشی محسوب می‌شود. اطلاعات و داده‌های پژوهش با مطالعهٔ اسناد گذشته و از طریق مطالعهٔ میدانی گردآوری شده‌اند. پس از مطالعهٔ کتابخانه‌ای و مدل‌سازی ریاضی برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی، مسیریابی برای خودروهای جمع‌آوری زباله انجام گرفت. برای محاسبهٔ طول مسیرها از نرم‌افزار اتوکد استفاده شده است. با مطالعهٔ ادبیات نظری و با توجه به ابعاد مسئله، تصمیم بر این شد که بهینه‌سازی با روشی فراابتکاری انجام شود. بدین ترتیب برای بهینه‌سازی مسئله در ابعاد بزرگ از نرم‌افزار متلب و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شد. همچنین به‌کمک نرم‌افزار CPLEX، بهینه‌سازی مسئله در ابعاد کوچک انجام گرفت.

مدل ریاضی پیشنهادی

تابع هدف کمینه‌سازی کل مسافت طی شده در قالب رابطهٔ ۱۰ است:

1. Metropolise Hestingez

$$\min \quad z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} d_{ij}^{k} * x_{ij}^{k} \qquad \text{رابطهٔ ۱۰)}$$

مقدار متغیر دودویی x_{ij}^{k} درصورتی که با خودرو k از گرهٔ i به گرهٔ j رفته باشد، برابر ۱ است و این یعنی مسافت یال i به j پیموده شده است. مسافت کل پیموده شده توسط خودروها، برابر با مجموع مسافت یال‌های پیموده شده توسط خودروها در همهٔ تورهاست.

یکی از فرض‌های مسئله این بود که گره‌های عادی یک‌بار بازدید شوند، رابطهٔ ۱۱ بیان می‌کند که تعداد یال‌های ورودی به گرهٔ عادی j برابر ۱ است.

$$j \in A \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}{}^{k} = 1 \qquad \text{رابطهٔ ۱۱)}$$

رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ تضمین می‌کنند که گره‌های عادی فقط یک بار بازدید شوند. رابطهٔ ۱۲ بیان می‌کند که تعداد یال‌های خروجی از گرهٔ عادی j برابر با ۱ باشد.

$$j \in A \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ji}{}^{k} = 1 \qquad \text{رابطهٔ ۱۲)}$$

در مسئلهٔ کلاسیک مسیریابی خودرو، هر گره فقط یک بار بازدید می‌شود. در این پژوهش فرض بر این است که برخی گره‌ها باید بیش از یک بار (به تعداد دفعات مشخص) بازدید شوند. بدین منظور رابطه‌های ۱۳ و ۱۴ پیشنهاد شده است.

برای گره‌های خاص، بازدید باید به تعداد دفعات مشخص شده انجام شود.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ji}{}^{k} = a_j \quad j \in B \qquad \text{رابطهٔ ۱۳)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}{}^{k} = a_j \quad j \in B \qquad \text{رابطهٔ ۱۴)}$$

رابطهٔ ۱۳ محدودیتی است که نشان می‌دهد تعداد یال‌های ورودی به گرهٔ خاص j برابر با a_j باشد و رابطهٔ ۱۴ بیان می‌کند که تعداد یال‌های خروجی از گرهٔ خاص j برابر با a_j باشد. این دو رابطه تضمین می‌کنند بازدید به تعداد دفعات a_j برای گره‌های خاص انجام شود. مقدار a_j در این پژوهش ۲ درنظر گرفته شده است.

هر خودرو ظرفیت مشخصی دارد. بنابراین مقدار زباله‌ای که در هر تور جمع‌آوری می‌کند، نباید از ظرفیت خودرو بیشتر باشد. رابطهٔ ۱۵، محدودیت ظرفیت برای خودروهاست. کران بالای ظرفیت خودرو با k نشان داده شده است.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} De_i * x_{ij}{}^{k} \le c_k \quad \forall k \in H \qquad \text{رابطهٔ ۱۵)}$$

برای پیوستگی مسیرهای به‌دست آمده و همچنین تضمین این که اگر یک خودرو به یک گره رفت، حتماً از آن خارج شود و به سوی گره‌های دیگر حرکت کند از رابطه ۱۶ می‌توان استفاده کرد. سمت راست این محدودیت تعداد یال‌های ورودی به گرهٔ p و سمت چپ تعداد یال‌های خروجی از این گره را نشان می‌دهد.

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ip}{}^{k} = \sum_{j=1}^{n} x_{pj}^{k} \qquad \text{رابطهٔ ۱۶)}$$

$$\forall k \in H,\ p \in A \cup B$$

هر خودرو درصورت انتخاب باید حرکت خود را از انبار شروع کند. اگر گرهٔ شمارهٔ ۱ انبار باشد، رابطهٔ (۱۷) تضمین‌کنندهٔ این شرط است.

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^{k} \le 1 \quad k \in H \qquad \text{رابطهٔ ۱۷)}$$

پایان حرکت خودروها انبار است که رابطهٔ ۱۸ این شرط را نشان می‌دهد.

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i1}^{k} \le 1 \quad k \in H \qquad \text{رابطهٔ ۱۸)}$$

فرض کنید با خودرو شمارهٔ k از گرهٔ i به گرهٔ j رفته باشیم. دراین صورت: زمان پیمودن یال از i به j + مدت زمان خدمات‌دهی به گرهٔ i + زمان رسیدن به گرهٔ i برابر است با زمان رسیدن به گرهٔ j.

با تقسیم مسافت پیموده‌شده بر سرعت، مدت زمان پیمودن مسیر به‌دست می‌آید (رابطهٔ ۱۹).

$$et_j^k - et_i^k - d_{ij}^k / v_k - stime_i + M(1 - x_{ij}^k) \ge 0 \qquad \text{رابطهٔ ۱۹)}$$

$$k \in H,\ i \in A \cup B,\ j \in A \cup B$$

اگر x_{ij}^k برابر با ۱ باشد، $M(1 - x_{ij}^k)$ از رابطهٔ ۱۹ حذف شده و زمان رسیدن به گرهٔ j محاسبه می‌شود. اگر x_{ij}^k برابر با صفر باشد، $M(1 - x_{ij}^k)$ برابر با M می‌شود و رابطهٔ ۱۹همیشه برقرار خواهد شد، در واقع این موضوع محدودیت اضافی محسوب می‌شود.

زباله‌های هر گره باید در یک بازهٔ زمانی خاص جمع‌آوری شود که این محدودیت با رابطهٔ ۲۰ بیان شده است.

$$Time\min_j \le et_j^k \le Time\max_j \qquad \text{رابطهٔ ۲۰)}$$

$$k \in H,\ j \in A \cup B$$

بدین ترتیب، مدل کلی به‌صورت زیر است.

رابطهٔ ۲۱)
$$\min \quad z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} d_{ij}^{k} * x_{ij}^{k}$$

Subjet to:

رابطهٔ ۲۲)
$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}{}^{k} = 1 \quad , \quad j \in A$$

رابطهٔ ۲۳)
$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ji}{}^{k} = 1 \quad , \quad j \in A$$

رابطهٔ ۲۴)
$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ji}{}^{k} = a_{j} \quad , \; j \in B$$

رابطهٔ ۲۵)
$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}{}^{k} = a_{j} \quad , \quad j \in B$$

رابطهٔ ۲۶)
$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} De_{i} * x_{ij}{}^{k} \le c_{k} \quad \forall k \in H$$

رابطهٔ ۲۷)
$$\sum_{i=1}^{n} x_{ip}{}^{k} = \sum_{j=1}^{n} x_{pj}^{k} \quad , \quad k \in H \quad , \; p \in A \cup B$$

رابطهٔ ۲۸)
$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^{k} \le 1 \; , \; k \in H$$

رابطهٔ ۲۹)
$$\sum_{i=1}^{n} x_{i1}^{k} \le 1 \; , \; k \in H$$

رابطهٔ ۳۰)
$$et_{j}^{k} - et_{i}^{k} - d_{ij}^{k} / v_{k} - stime_{i} + M * (1 - x_{ij}^{k}) \ge 0$$

$$k \in H \quad , \quad i \in A \cup B \quad , \; j \in A \cup B$$

رابطهٔ ۳۱)
$$Time\min_{j} \le et_{j}^{k} \le Time\max_{j} \; , \quad k \in H \; , \; j \in A \cup B$$

رابطهٔ ۳۲)
$$u_{j}^{k} - u_{i}^{k} \ge 1 - n(1 - x_{ij}^{k})$$

$$k \in H \, , \, i \in A \cup B \; , \; j \in A \cup B$$

رابطهٔ ۳۳)
$$x_{ij}^{k} = 1 \ \ or \ 0 \quad , \quad k \in H \ , \ i \in A \cup B \ , \ j \in A \cup B$$

رابطهٔ ۳۴)
$$u_{j}^{k} \in Z \ , \ k \in H \ , \ j \in A \cup B$$

متغیرهای مدل پیشنهادی

متغیرهای مدل مسئلهٔ مسیریابی خودرو ظرفیت‌دار با پنجره‌های زمانی برای این پژوهش در جدول ۱ آورده شده است.

جدول۱. متغیرهای مدل

ردیف	متغیر	توضیحات
۱	n	تعداد ایستگاه‌های جمع‌آوری زباله و محل دفن آنها
۲	m	تعداد کامیون‌ها
۳	C_j	حداکثر ظرفیت برای کامیون شمارهٔ j
۴	d_{ij}^{k}	فاصلهٔ بین دو ایستگاه جمع‌آوری برای خودرو شمارهٔ k
۵	et_j^{k}	زمان شروع سرویس‌دهی به ایستگاه j توسط خودرو k
۶	$stime_j$	مدت زمان جمع‌آوری زباله از ایستگاهj
۷	De_i	میزان حجم زباله‌ای که در ایستگاه i وجود دارد
۸	x_{ij}^{k}	اگر کامیون شمارهٔ k از گرهٔ i به‌j را سفر کند، برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر است
۹	v_i	سرعت متوسط خودرو i
۱۰	$Timemin_j$	کران‌های بازهٔ زمانی مجاز
۱۱	$Timemax_j$	برای جمع‌آوری زباله از ایستگاهj
۱۲	M	یک عدد مثبت خیلی بزرگ
۱۳	u_j^{k}	متغیر مربوط به محدودیت زیر تور
۱۴	A	مجموعهٔ گره‌های عادی
۱۵	B	مجموعهٔ گره‌های خاص
۱۶	a_i	تعداد دفعاتی که گرهٔ خاص i باید یازدید شود
۱۷	H	مجموعهٔ کامیون‌ها

تابع هدف اول (رابطهٔ ۲۱) برای مینیمم‌کردن مجموع مسافت طی‌شده توسط کامیون‌ها، استفاده شده است. محدودیت‌های ۲۲ و ۲۳ با هم تضمین می‌کنند که برای گره‌های عادی، به‌طور دقیق یک بار سرویس‌دهی انجام می‌شود. محدودیت‌های ۲۴ و ۲۵، تضمین‌کنندهٔ تعداد

دفعات سرویس‌دهی لازم برای گره‌های خاص است. محدودیت ۲۶ مربوط به حداکثر ظرفیتی است که هر خودرو دارد. محدودیت ۲۷ تضمین می‌کند که اگر یک خودرو به یک گره رفت، حتماً از آن خارج شود. محدودیت‌های ۲۸ و ۲۹ تضمین می‌کنند که هر خودرو حرکت خود را از انبار شروع می‌کند و در پایان به انبار باز می‌گردد. محدودیت‌های ۳۰ و ۳۱ مربوط به پنجره‌های زمانی مسئله‌اند. محدودیت ۳۲ برای حذف زیرتورهای احتمالی برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو است. محدودیت‌های ۳۳ و ۳۴ نیز به متغیرهای تصمیم مربوط می‌شوند.

اعتبار سنجی مدل پیشنهادی

برای بررسی روایی مدل دو راه وجود دارد: ۱. بهره‌مندی از نظر خبرگان و کارشناسان و ۲. مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده با نتایج واقعی و بررسی واقعی‌بودن نتایج و برآورده شدن محدودیت‌ها. در پژوهش حاضر از هر دو روش برای بررسی روایی و اعتبار مدل استفاده شده است. در این پژوهش، الگوریتم SA برای بهینه‌سازی انتخاب شد، به این دلیل که اولاً مسئلهٔ پژوهش از نوع NP-Hard است و روش‌های دقیق برای این‌گونه مسائل کارایی ندارند. دوم این که مسئلهٔ پژوهش از جمله مسائل گسستهٔ ترکیبی است و کاربرد اصلی الگوریتم SA برای مسائل گسسته ترکیبی است (مریخ بیات، ۱۳۹۳). علاوه‌بر این، مریخ بیات بیان می‌کند درصورتی که پارامترها به‌طور صحیح تنظیم شوند، برای همگرایی به جواب بهینهٔ سراسری الگوریتم SA برای مسئله مسیریابی خودرو، اثبات ریاضی وجود دارد. به‌منظور بررسی همگرایی الگوریتم فراابتکاری به جواب بهینهٔ سراسری، ابتدا کد مربوط به الگوریتم و مدل مسئله به‌کمک نرم‌افزار متلب کدنویسی و شبیه‌سازی شد. برای اطمینان از جواب‌های الگوریتم فراابتکاری پس از حل سه مسئله در ابعاد کوچک در نرم‌افزار CPLEX؛ نتایج آن با الگوریتم فراابتکاری مقایسه شد که نتایج آن در جدول ۲ مشاهده می‌شود.

جدول ۲. مقایسهٔ نتایج الگوریتم SA با نتایج CPLEX

ردیف	تعداد گره	تعداد کامیون	حل با CPLEX		حل با الگوریتم SA	
			تابع هدف	زمان اجرای الگوریتم (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان اجرای الگوریتم (ثانیه)
۱	۱۱	۳	۵۷۴	۲۰	۵۷۴	۵
۲	۱۳	۳	۶۴۷	۵۰	۶۴۷	۷
۳	۱۶	۴	۶۰۶	۱۲۰۰	۶۰۶	۱۰

برای اطمینان بیشتر از همگرایی الگوریتم در ابعاد بزرگ، داده‌های استاندارد برای مسئلهٔ مسیریابی خودرو را از درگاه اینترنتی www.TSP.lib تهیه کرده، سپس نتایج الگوریتم را با بهترین نتیجه‌ای که تا کنون برای داده‌های مربوطه به‌دست آمده بود، مقایسه کردیم. البته از آنجا که مسئلهٔ مسیریابی خودرو با بازدید بیش از یک بار گره (در صورت نیاز) تا کنون مطالعه نشده بود، داده استانداردی برای این شرط مسئله به‌دست نیامد. بنابراین برای مقایسهٔ صحیح نتایج با این روش، این شرط را از مسئله حذف کردیم. نتایج مقایسه در جدول ۳ مشاهده می‌شود. با توجه به جدول‌های ۲ و ۳ نتیجه می‌شود که الگوریتم، همگرایی مناسبی با جواب دارد.

جدول ۳. مقایسه نتایج الگوریتم SA با نتایج گرفته شده از TSP.lib

ردیف	تعداد گره	تعداد خودرو	SA	TSP.lib
۱	۳۱	۵	۷۷۳	۷۸۴
۲	۶۰	۹	۹۰۹	۹۱۲
۳	۱۰۰	۲۵	۱۰۳۷	۱۰۳۴

یافته‌های پژوهش

پس از مشخص شدن پارامترها و متغیرهای مدل، برای مطالعهٔ موردی بخشی از شهر بوشهر انتخاب شد. منطقهٔ انتخاب شده ۴۰۰ گره را پوشش می‌دهد. ظرفیت برای تمام خودروهای جمع‌آوری زباله یکسان و برابر با ۵ تن است. با استفاده از نقشه، مسیرهای ارتباطی بین ایستگاه‌های جمع‌آوری زباله مشخص شد. از طریق مصاحبه و نظرخواهی از رانندگان، سرعت متوسط خودروها ۱۵کیلومتر بر ساعت درنظر گرفته شد. برای تعیین حجم زباله‌های هر ایستگاه، ابتدا ۳۰ گرهٔ تصادفی انتخاب شد، سپس حجم زباله‌ها برای یک روز اندازه‌گیری و ثبت گردید. در نهایت با به‌دست آوردن میانگین زباله‌ها در نرم‌افزار SPSS، مشخص شد که میزان حجم زبالهٔ ایستگاه‌ها از تابع توزیع نرمال پیروی می‌کند.

جدول ۴ میزان حجم زباله‌های ۳۰ ایستگاه را نشان می‌دهد که به‌کمک نرم‌افزار SPSS و با استفاده از آزمون کلموگروف ـ اسمیرونوف آزمون شدند. بر اساس جدول ۵، داده‌ها از احتمال تابع توزیع نرمال پیروی می‌کنند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار sig برای آزمون بیشتر از ۰/۰۵ است، به این معنا که فرض پیروی داده‌ها از توزیع نرمال، پذیرفته می‌شود. با توجه به این نتایج، برای تعیین حجم زباله‌های هر ایستگاه، ۴۰۰ عدد تصادفی با استفاده از تابع توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار تعیین شده توسط آزمون، تولید شد.

جدول ٤. داده‌های مربوط به حجم زباله

شمارهٔ گره	حجم زباله (کیلوگرم)	شمارهٔ گره	حجم زباله (کیلوگرم)	شمارهٔ گره	حجم زباله (کیلوگرم)
۱	۱۱۰	۱۱	۱۵۰	۲۱	۱۵۹
۲	۱۵۰	۱۲	۱۸۵	۲۲	۱۱۵
۳	۱۴۵	۱۳	۱۴۰	۲۳	۱۳۰
۴	۱۲۵	۱۴	۱۱۵	۲۴	۱۴۰
۵	۱۴۰	۱۵	۱۵۰	۲۵	۱۳۵
۶	۱۵۰	۱۶	۱۵۵	۲۶	۱۴۵
۷	۱۵۵	۱۷	۱۷۰	۲۷	۱۳۰
۸	۱۱۰	۱۸	۱۴۵	۲۸	۱۳۵
۹	۱۳۵	۱۹	۱۳۰	۲۹	۱۶۰
۱۰	۱۴۰	۲۰	۱۲۰	۳۰	۱۰۰

جدول۵. نتایج آزمون کلموگروف ـ اسمیرونوف برای حجم زباله‌ها

		متغیر
تعداد		۳۰
پارامترهای نرمال	میانگین	۱۳۸/۹۶
	انحراف معیار	۱۸/۷۸۰
حداکثر اختلافات	قدر مطلق	۰/۰۸۹
	مثبت	۰/۰۷۸
	منفی	−۰/۰۸۹
آمارهٔ آزمون کلوموگروف ـ اسمیرینوف		۰/۰۸۹
(sig) معیار تصمیم		۰/۲

با اجرای الگوریتم فراابتکاری و به‌کمک داده‌های مورد نیاز، مسیرهای مربوط به حرکت خودروها مشخص شد. در جدول‌های ۶ و ۷ اطلاعات مربوط به مسیرهای طی شده نشان داده شده است. جدول ۶ مدت زمان، مسافت و حجم زباله‌های یک تور را نشان می‌دهد و جدول ۷ نیز مربوط به گره‌هایی است که در یک تور پیموده شده است.

جدول ٦. اطلاعات مسیر حرکت خودروها

شمارهٔ مسیر	مدت زمان طی مسیر (دقیقه)	مسافت (متر)	حجم زباله (کیلوگرم)	شمارهٔ مسیر	مدت زمان طی مسیر (دقیقه)	مسافت (متر)	حجم زباله (کیلوگرم)
۱	۷۴	۱۸۳۱۰	۴۴۸۵	۸	۷۳	۱۶۳۳۳	۴۴۱۴
۲	۶۵	۱۸۲۳۰	۳۹۴۶	۹	۶۶	۱۸۲۴۵	۳۹۶۲
۳	۵۸	۱۵۶۰۸	۳۴۹۹	۱۰	۶۴	۱۷۲۷۵	۳۸۴۶
۴	۷۲	۲۰۱۵۱	۴۳۷۱	۱۱	۷۳	۱۸۱۸۷	۴۴۱۹
۵	۷۷	۱۹۹۰۲	۴۶۲۷	۱۲	۷۵	۲۰۵۲۴	۴۵۵۹
۶	۷۲	۱۸۸۵۸	۴۳۴۱	۱۳	۷۶	۱۹۸۲۱	۴۵۷۹
۷	۷۵	۱۸۹۰۱	۴۵۲۴				

جدول ۷. گره‌های طی شده در هر مسیر

مسیر	گره‌های مسیر
۱	۰– ۱۴۵ ۳۴۶ ۱۳۳ ۶۰ ۲۰۲ ۱۱۱ ۱۳۵ ۲۴۰ ۲۴۲ ۱۵۳ ۲۳۵ ۲۱۶ ۲۹۵ ۸۰ ۲۵۸ ۱۲۱ ۷۸ ۱۰۸ ۱۵۸ ۳۴۱ ۸ ۳۷۳ ۱۳۹ ۲۵۳ ۳۷۶ ۱۵۰ ۳۶۴ ۳۴۳ ۱۸۷ ۳۳۱ ۳۴۲–۰
۲	۰– ۱۵۱ ۲۷۶ ۲۸۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۱۷ ۲۲۷ ۲۸۰ ۵۶ ۳۴۸ ۲۲ ۲۱۳ ۳۱۲ ۳۹۷ ۱۳۱ ۵۸ ۳۲۵ ۲۰۵ ۱۰۳ ۳۳۵ ۱۸۶ ۳۶۵ ۲۱۴ ۳۴۰ ۱۰۴ ۲۹۳ ۷۶ ۲۲۳ ۱۴۰ ۳۸ ۳۷۴–۰
۳	۰– ۱۳۸ ۱۳۴ ۲۷۴ ۳۷۸ ۳۱۴ ۳۲۷ ۲۱۰ ۵۳ ۱۶۹ ۳۱۵ ۲۲۲ ۲۰۱ ۴ ۲۱۸ ۸۶ ۴۷ ۱۷۵ ۸۸ ۹۶ ۸۱ ۳۱ ۳۸۷ ۸۷ ۸۵ ۳ ۱۱۲–۰
۴	۰– ۴۶ ۱۰۵ ۱۴۷ ۲۹۲ ۱۶۸ ۳۲ ۲۷۱ ۲۴۱ ۲۶۹ ۳۳ ۳۹۸ ۱۷۰ ۳۱۱ ۱۰۷ ۳۴۵ ۱۶۱ ۱۵۵ ۲۴۴ ۲۶۳ ۶۲ ۲۷۹ ۲۴۸ ۳۰۶ ۱۶۷ ۶۱ ۲۶۵ ۸۳ ۲۳۳ ۳۳۷ ۲۵۶ ۳۹۳ ۲۰۹ ۲۵۲–۰
۵	۰– ۲۹۰ ۱۷۶ ۲۶۰ ۲۹۸ ۱۰۹ ۱۱۸ ۳۵۹ ۳۷۲ ۳۴۴ ۱۵ ۲۱۷ ۲۷۸ ۶۸ ۲۸۹ ۶۴ ۳۹۲ ۳۵۰ ۲۶۱ ۲۱۹ ۱۰۶ ۱۶۰ ۱۴۲ ۳۶۸ ۳۰۷ ۳۰۰ ۲۴۵ ۱۴۹ ۱۵۷ ۱۱۴ ۲۸۲ ۱۰۰ ۱۷۴ ۱۰ ۱۸۹–۰
۶	۰– ۲۴۹ ۳۵۲ ۲۲۵ ۱۷۳ ۳۴۷ ۱۱ ۳۳۰ ۳۵۷ ۷۲ ۲۸۵ ۱۶۳ ۴۸ ۱۴ ۳۷ ۹ ۲۹۹ ۵۷ ۳۳۸ ۳۸۲ ۱۸۱ ۳۷۰ ۱۶۵ ۱۰۲ ۱۰۱ ۳۸۹ ۲۷۰ ۳۶ ۳۰ ۷۳ ۹۸ ۳۱۰–۰
۷	۰– ۱۲۴ ۲۲۸ ۱۳۰ ۱۷۲ ۳۸۳ ۳۰۳ ۱۶ ۳۰۴ ۷۴ ۳۵۱ ۳۸۱ ۲۵۰ ۲۹۴ ۶۳ ۳۲۶ ۲۱ ۳۹۶ ۲۲۴ ۳۲۲ ۱۴۶ ۶۷ ۲۹۷ ۳۲۳ ۲۳۹ ۷۱ ۱۴۱ ۳۹۱ ۳۳۶ ۷۰ ۱۹۳ ۲۵۴–۰
۸	۰– ۲۸ ۹۲ ۳۲۸ ۲۸۶ ۲۳۸ ۳۸۵ ۳۵۶ ۲۵۱ ۱۵۶ ۳۲۴ ۲۶۶ ۳۹۵ ۲۳۶ ۹۵ ۳۷۹ ۳۹۴ ۲۴ ۹۴ ۳۷۷ ۳۱۳ ۷۵ ۲۶۲ ۸۴ ۲۹۱ ۳۹۰ ۱۲۳ ۱۹ ۸۹–۰
۹	۰– ۳۹۹– ۲۲۰ ۳۰۸ ۳۲۹ ۲۴۶ ۱۸۸ ۳۰۹ ۲۰۳ ۱۸۳ ۱ ۱۲۹ ۹۱ ۳۶۱ ۱۱۳ ۳۹ ۳۸۸ ۲۳۴ ۳۱۶ ۱۱۵ ۲۰ ۵۴ ۲۳۰ ۳۵۳ ۷۹ ۱۲ ۳۸۰ ۱۶۶ ۴۲ ۲۷ ۱۸۰ ۴ ۳۶۰ ۲۷۷–۰
۱۰	۰– ۱۵۲ ۱۹۹ ۲۰۶ ۱۷۷ ۱۷۱ ۵۲ ۳۰۵ ۸۲ ۲۱۱ ۳۶۷ ۲۸۸ ۲۶۴ ۳۶۶ ۱۱۹ ۲۰۰ ۴۰۰ ۳۵۸ ۲۵۵ ۲۸۳ ۳۳۳ ۳۶۲ ۳ ۹۰ ۶۶ ۲۶ ۲۰۴ ۶ ۳۶۳–۰
۱۱	۰– ۱۲۸ ۳۰۲ ۳۵۴ ۲۲۹ ۲۷۵ ۱۸۵ ۳۳۹ ۳۰۱ ۴۰ ۳۴۹ ۲۹ ۳۸۶ ۱۷ ۱۹۴ ۱۲۰ ۲۳ ۴۳ ۲۳۷ ۹۷ ۲۴۳ ۳۵۵ ۵۵ ۲ ۱۴۳ ۴۵ ۵۹ ۱۲۲ ۱۴۸ ۲۴۷ ۹۹ ۳۲۰–۰
۱۲	۰– ۲۰۷ ۹۳ ۳۴ ۴۹ ۱۴۴ ۱۷۹ ۱۲۶ ۱۳۶ ۴۱ ۲۱۲ ۲۲۱ ۱۸۲ ۱۳۲ ۱۱۰ ۲۷۳ ۳۳۴ ۲۲۶ ۲۳۲ ۶۹ ۳۶۹ ۳۱۹ ۳۸۴ ۶۵ ۵۰ ۱۵۴ ۲۶۸ ۱۸ ۲۱۵ ۳۲۱ ۱۸۴ ۲۵۷ ۲۷۲ ۷۷–۰
۱۳	۰– ۳۵ ۲۹۶ ۱۳۷ ۱۱۶ ۱۹۸ ۱۶۴ ۲۸۱ ۲ ۳۳۲ ۲۳۱ ۲۵ ۱۹۰ ۱۹۶ ۲۰۸ ۳۱۷ ۳۷۵ ۲۵۹ ۳۷۱ ۱۲۵ ۵ ۱۲۷ ۲۸۷ ۷ ۳۱۸ ۱۶۲ ۱۳ ۱ ۱۵۹ ۱۹۷ ۱۹۱ ۵۱ ۱۹۵ ۲۶۷ ۴۴–۰

صفر محل جمع‌آوری زباله را نشان می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در نمونهٔ حل‌شده، گره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ باید دو بار بازدید می‌شدند. گرهٔ شمارهٔ ۱، یک بار در مسیر ۹ و یک بار در مسیر ۱۳ بازدید شده است (جدول ۷). همچنین گرهٔ ۲ در مسیرهای ۱۱ و ۱۳، گرهٔ ۳ در مسیرهای ۳ و ۱۰ و گرهٔ ۴ در مسیرهای ۳ و ۹ بازدید شده‌اند. در جدول ۸ این مسیرها آورده شده است.

جدول ۸. مسیرهای شامل گره‌هایی که دو بار بازدید شده‌اند

شمارهٔ گره	شمارهٔ مسیر	گره‌های مسیر
۱	۹	۰–۲۷۷ ۳۶۰ ۴ ۱۸۰ ۲۷ ۴۲ ۱۶۶ ۳۸۰ ۱۲ ۷۹ ۳۵۳ ۲۳۰ ۵۴ ۲۰ ۱۱۵ ۳۱۶ ۲۳۴ ۳۸۸ ۳۹ ۰–۳۹۹ ۲۲۰ ۳۰۸ ۳۲۹ ۲۴۶ ۱۸۸ ۳۰۹ ۲۰۳ ۱۸۳ ۱ ۱۲۹ ۹۱ ۳۶۱ ۱۱۳
	۱۳	۰–۴۴ ۲۶۷ ۱۹۵ ۵۱ ۱۹۱ ۱۹۷ ۱۵۹ ۱ ۱۳ ۱۶۲ ۳۱۸ ۷ ۲۸۷ ۱۲۷ ۵ ۱۲۵ ۳۷۱ ۲۵۹ ۳۷۵ ۰–۳۵ ۲۹۶ ۱۳۷ ۱۱۶ ۱۹۸ ۱۶۴ ۲۸۱ ۲ ۳۳۲ ۲۳۱ ۲۵ ۱۹۰ ۱۹۶ ۲۰۸ ۳۱۷
۲	۱۱	۰–۳۲۰ ۹۹ ۲۴۷ ۱۴۸ ۱۲۲ ۵۹ ۴۵ ۱۴۳ ۲ ۵۵ ۳۵۵ ۲۴۳ ۹۷ ۲۳۷ ۴۳ ۲۳ ۱۲۰ ۱۹۴ ۱۷ ۰–۱۲۸ ۳۰۲ ۳۵۴ ۲۲۹ ۲۷۵ ۱۸۵ ۳۳۹ ۳۰۱ ۴۰ ۳۴۹ ۲۹ ۳۸۶
	۱۳	۰–۴۴ ۲۶۷ ۱۹۵ ۵۱ ۱۹۱ ۱۹۷ ۱۵۹ ۱ ۱۳ ۱۶۲ ۳۱۸ ۷ ۲۸۷ ۱۲۷ ۵ ۱۲۵ ۳۷۱ ۲۵۹ ۳۷۵ ۰–۳۵ ۲۹۶ ۱۳۷ ۱۱۶ ۱۹۸ ۱۶۴ ۲۸۱ ۲ ۳۳۲ ۲۳۱ ۲۵ ۱۹۰ ۱۹۶ ۲۰۸ ۳۱۷
۳	۳	۰–۱۱۲ ۳ ۸۵ ۸۷ ۳۸۷ ۳۱ ۸۱ ۹۶ ۸۸ ۱۷۵ ۴۷ ۸۶ ۲۱۸ ۴ ۲۰۱ ۲۲۲ ۳۱۵ ۱۶۹ ۵۳ ۲۱۰ ۰–۱۳۸ ۱۳۴ ۲۷۴ ۳۷۸ ۳۱۴ ۳۲۷
	۱۰	۰–۳۶۳ ۶ ۲۰۴ ۲۶ ۶۶ ۹۰ ۳ ۳۶۲ ۳۳۳ ۲۸۳ ۲۵۵ ۳۵۸ ۴۰۰ ۲۰۰ ۱۱۹ ۳۶۶ ۲۶۴ ۲۸۸ ۰–۱۵۲ ۱۹۹ ۲۰۶ ۱۷۷ ۱۷۱ ۵۲ ۳۰۵ ۸۲ ۲۱۱ ۳۶۷
۴	۳	۰–۱۱۲ ۳ ۸۵ ۸۷ ۳۸۷ ۳۱ ۸۱ ۹۶ ۸۸ ۱۷۵ ۴۷ ۸۶ ۲۱۸ ۴ ۲۰۱ ۲۲۲ ۳۱۵ ۱۶۹ ۵۳ ۲۱۰ ۰–۱۳۸ ۱۳۴ ۲۷۴ ۳۷۸ ۳۱۴ ۳۲۷
	۹	۰–۲۷۷ ۳۶۰ ۴ ۱۸۰ ۲۷ ۴۲ ۱۶۶ ۳۸۰ ۱۲ ۷۹ ۳۵۳ ۲۳۰ ۵۴ ۲۰ ۱۱۵ ۳۱۶ ۲۳۴ ۳۸۸ ۳۹ ۰–۳۹۹ ۲۲۰ ۳۰۸ ۳۲۹ ۲۴۶ ۱۸۸ ۳۰۹ ۲۰۳ ۱۸۳ ۱ ۱۲۹ ۹۱ ۳۶۱ ۱۱۳

هزینه‌های جمع‌آوری زباله شامل هزینهٔ نیروی انسانی و هزینهٔ اجارهٔ خودروها می‌شود. چون تعداد نیروی انسانی وابسته به تعداد خودروهاست، با کم‌کردن تعداد خودروها، هزینه‌های جمع‌آوری نیز کاهش می‌یابد. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده شد، بیشترین زمان مربوط به مسیر ۵ است (۷۷ دقیقه)؛ حال آن که زمان جمع‌آوری زباله ۸ ساعت طول می‌کشد. بنابراین سطرهای جدول ۶ تعداد خودروهای لازم برای جمع‌آوری را نشان نمی‌دهد؛ پس باید چند مسیر توسط یک خودرو پیموده شود. همچنین نحوهٔ تخصیص مسیرها به خودروها باید به‌نحوی باشد که زمان کل کار هر خودرو بیشتر از ۸ ساعت نباشد. بدین منظور می‌توان از مدل ریاضی ماشین‌های موازی استفاده کرد. در این مدل تعدادی کار وجود دارد که باید انجام شود و هر کار یک مدت‌زمان برای انجام شدن نیاز دارد. اگر هر مسیر را یک کار و زمان سپری شدن مسیر را

مدت زمان انجام کار در نظر بگیریم، کافی است تابع هدفی با کم کردن تعداد ماشین‌ها داشته باشیم تا به نتیجهٔ مطلوب برسیم. به‌کمک نرم‌افزار CPLEX این بهینه‌سازی انجام گرفت و مشخص شد که برای جمع‌آوری زباله‌ها ۲ خودرو لازم است. درحالی که درحالت معمول از ۴ خودرو برای جمع‌آوری زباله‌های این منطقه استفاده می‌شود. نتایج تخصیص مسیرها به خودروها در جدول ۹ نشان داده شده است. با توجه به این که مسیرهای پیشنهادی به‌نحوی ارائه شده که جمع‌آوری در مدت‌زمان مناسب و به‌موقع انجام شود و درنهایت با تخصیص مسیرها به خودروها هزینه‌ها نیز کاهش می‌یابد، معقول است که این مسیرها برای جمع‌آوری زباله انتخاب شوند.

جدول ۹. تخصیص مسیرها به خودروها

ردیف	شمارهٔ مسیرها	مدت زمان کل
۱	۲-۳-۴-۶-۱۳-۱۰-۷	۸ساعت
۲	۱۲-۹-۱-۸-۵-۱۱	۷ ساعت و ۵۲ دقیقه

فهرست منابع

توکلی مقدم، ر.، علی‌نقیان، م. (۱۳۸۸). ارائه و حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی جدید برای مسیریابی وسائط نقلیه در حالت رقابتی: یک مطالعهٔ موردی. *پژوهشنامهٔ حمل و نقل*، ۶ (۴)، ۳۲۳-۳۱۱.

ربانی، م.، توکلی مقدم، ر.، شریعت، م. ع.، صفایی، ن. (۱۳۸۵). حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره‌های زمانی نرم با استفاده از یک الگوریتم فرا ابتکاری تلفیقی. *نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران*، ۴۰(۴)، ۴۷۶-۴۶۹.

مجلسی، م. (۱۳۹۰). نقش مشارکت‌های مردمی در سیستم مکانیزهٔ جمع‌آوری زباله. تهران: *سومین همایش ملی مدیریت پسماند*. یکم و دوم اردیبهشت، تهران.

مجلسی، م.، زمانی، ا. ا.، مهدی‌پور، ف.، شمسایی، و.، شریفی ملک سری، ه.، دروار، پ. (۱۳۹۲). تجزیه و تحلیل هزینهٔ جمع‌آوری و حمل و نقل پسماند منطقهٔ ۱ شهر بندرعباس. *فصلنامهٔ بهداشت در عرصه*، ۱(۱)، ۴۵-۳۷.

مریخ بیات، ف. (۱۳۹۳). *الگوریتم‌های بهینه‌سازی الهام‌گرفته از طبیعت*. تهران: نص.

مهدوی، ا.، توکلی مقدم، ر.، قاضی‌زاده هاشمی، س. م. (۱۳۸۹). مسیریابی وسایط نقلیه و تعیین تعداد ماشین های جمع‌آوری زباله با استفاده از یک روش فرا ابتکاری (یک مطالعهٔ موردی). *پژوهشنامهٔ حمل و نقل*، ۷(۱)، ۱۰۱-۹۵.

Chalkias, A. & Lasarid, E. (2009). Optimizing municipal solid waste collection using GIS. *Waste management, 47*, 776- 790.

Chen, Y., Hwang Wang, C. & Lin, J. (2015). Amulti-objective geographic information system for route selectionof nuclearwaste transport. *Omega, 36*, 363-372.

Claassen, F. & Hendriks, T. (2007). An application of Special Ordered Sets to a periodic milk collection problem. *European Journal of Operational Research,* 180 (2), 754-769.

Dhahri, A., Zidi, K. & Ghedira, K. (2014). Variable Neighborhood Search Based Set covering ILP model for the Vehicle Routing Problem with time windows. *Procedia Computer Science, 29*, 844-854.

Faiz, S., Krichen, S. & Inoubli, W. (2014). A DSS based on GIS and Tabu search for solving the CVRP: The Tunisian case. *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences, 17*, 105-110.

Flavia, B., Guillermo, D., Larumbe, F. & Marenco, J. (2012). A Method for Optimizing Waste Collection Using Mathematical Programming: A Buenos Aires Case Study. *Waste Management & Research, 30*(3), 311-324.

Fooladi, S., Fazlollahtabar, H. & Mahdavi, I. (2013). Waste Collection Vehicle Routing Problem Considering Similarity Pattern of Trashcan. *International Journal of Applied Operational Research, 3*, 105-111.

Inghels, D., Dullaert, W. & Vigo, D. (2016). A service network design model for multimodal municipal solid waste transport. *European Journal of Operational Research*, 254(1), 68-79.

Mahdavi, I., Tavakoli Moghadam, R. & Ghazi zade Hashemi, S. (2010). Vehicle Routing Problem and determine the number of cars garbage collection using a meta-heuristic method (a case study). *Journal of Transportation, 7*(1), 95-101. (*in Persian*)

Majlesi, m. (2007). The role of public participation in a mechanized waste collection system. *Third National Conference on Waste Management.* Tehran, (*in Persian*)

Majlesi, M., Zamani, A., Mahdipor, F., Shmsaei, V., Sharifi Maleksari, H. & Darvar, P. (2013). Analysis of the cost of collecting and transporting waste of area of Bandar Abbas city. *Journal of Health in the field, 1*(1), 37-45. (*in Persian*)

Markov, I., Varone, S. & Bierlaire, M. (2016). Integrating a heterogeneous fixed fleet and a flexible assignment of destination depots in the waste collection VRP with intermediate facilities. *Transportation Research Part B: Methodological, 84*, 256-273.

Merikh Bayat, F. (2014). *Optimization algorithms inspired by nature.* Tehran: Nas. (*in Persian*)

Montoya-Torres, J., Franco, J., Isaza, S., Jiménez, H. F. & Herazo-Padilla, N. (2015). A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. *Computers & Industrial Engineering, 79*, 115-129.

Sbihi, A., & Eglese, R. (2010). Combinatorial optimization and Green Logistics. *Annals of Operations Research, 125*, 159-175.

Tavakoli Moghadam, R. & Alinaghiyan, M. (2009). Presentation and solving a new mathematical programming model for Competitive Vehicle Routing Problem: A case study. *Journal of Transportation, 6*(4), 311-323. (*in Persian*)

Tavakoli Moghadam, R., Rabbani, M., Shariat, M. & Safaei, N. (2006). Solving Vehicle Routing Problem with soft time windows using a compilation meta-heuristic algorithm. *Journal of Technical University of Tehran, 40*(4), 469-476. (*in Persian*)

Toth, P. & Vigo, D. (2014). *Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications.* The Society for Industrial and Applied Mathematics and the Mathematical Optimization Society. SIAM, Italy.

Wy, J. & Byung-In, k. (2013). A hybrid meta heuristic approach for the rollon–rolloff vehicle routin problem. *Computers & Operations Research, 40*, 1947-1952.